

(11) 若 $t = 0$ 时刻的波函数有如下形式

$$\langle \vec{x} | \psi(0) \rangle = C e^{-\frac{aB}{2\hbar c}(x^2+z^2)},$$

求归一化常数 $C \in \mathbb{R}$ 。

(12) 用 (11) 中的初始波函数求任意 $t > 0$ 时刻的波函数 $\langle \vec{x} | \psi(t) \rangle$ ，描述该波函数如何随时间变化。

二、考虑 Hilbert 空间中的如下 3 个算符

$$\tau_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- (1) 对于任意矢量 $|\psi\rangle$ ，测量 τ_3 可能得到哪些结果。
- (2) 测量 τ_3 ，取测量结果为正数的态，对这些态测量 τ_1 ，求 $\langle \tau_1 \rangle$ ， $\langle \tau_1^2 \rangle$ 和 $\Delta \tau_1$ 。
- (3) 用 τ_3 的归一化本征态为基矢，展开 τ_1 的归一化本征态。
- (4) 测量 τ_3 ，取测量结果为负数的态，对这些态测量 τ_1 ，求可能得到的测量值及各测量值出现的概率。
- (5) 考虑态

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \end{pmatrix},$$

若测量 τ_3^2 ，得到 $\frac{1}{4}$ 的概率是多大，测量后的态是什么？若对测量后的态进一步测量 τ_3 ，可以得到哪些结果？出现各结果的概率是多大？