9-1

2023年11月16日 9:03

CH9 不确定原理再认识

§9.1 引言

回忆 $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$，其中 $(\Delta x)^2 = \frac{\langle\psi|(\hat{x}-\bar{x})^2|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle}$，$\bar{x} = \frac{\langle\psi|\hat{x}|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle}$

$$(\Delta p)^2 = \frac{\langle\psi|(\hat{p}-\bar{p})^2|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle}, \quad \bar{p} = \frac{\langle\psi|\hat{p}|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle}$$

$\Delta x \Delta p$ 的值依赖 $|\psi\rangle$ 的具体形式，但对所有的物理态 $|\psi\rangle$

$\Delta x \Delta p$ 都不能小于 $\hbar/2$

Ex 9.1 若我们取 $\hat{x}$ 的本征态进行测量，则 $\Delta x = 0$，是否与 $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ 矛盾？为了数学上有意义，应如何设计实验？

§9.2 不确定关系的推导

Ex 9.2 任给两个厄米算符 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\Lambda}$，求测量它们的不确定性的乘积 $\Delta\omega\Delta\lambda$ 的最小值

情况一：$[\hat{\Omega}, \hat{\Lambda}] = 0$，此时它们有共同的本征态 $|\omega, \lambda\rangle$

对 $|\omega, \lambda\rangle$ 测量 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\Lambda}$ 都有确定的值

$\Rightarrow \Delta\omega = \Delta\lambda = 0$

$\Rightarrow \Delta\omega\Delta\lambda = 0$

情况二. $[\hat{\Omega},\hat{\Lambda}]\neq 0$

def $[\hat{\Omega},\hat{\Lambda}]=i\hat{\Gamma}$ $\Rightarrow$ $\hat{\Gamma}=-i(\hat{\Omega}\hat{\Lambda}-\hat{\Lambda}\hat{\Omega})$

$$\hat{\Gamma}^{+}=i(\hat{\Lambda}^{+}\hat{\Omega}^{+}-\hat{\Omega}^{+}\hat{\Lambda}^{+})$$
$$=i(\hat{\Lambda}\hat{\Omega}-\hat{\Omega}\hat{\Lambda})$$
$$=\hat{\Gamma}$$

$\Rightarrow$ $\hat{\Gamma}$也为厄米算符

此时$\hat{\Omega}$和$\hat{\Lambda}$没有共同的本征态，若取$\hat{\Omega}$的本征态$|\omega\rangle$进行测量，$\Delta\omega=0$ 但$\Delta\lambda$可能趋于无穷.

定义$\begin{cases}\tilde{\Omega}=\hat{\Omega}-\bar{\omega}\\ \tilde{\Lambda}=\hat{\Lambda}-\bar{\lambda}\end{cases}$

本征值为实数，每次测量值也为实数，测量值的平均也为实数.

因为$\hat{\Omega}$和$\hat{\Lambda}$厄米 $\Rightarrow$ $\bar{\omega},\bar{\lambda}\in\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ $\tilde{\Omega}$和$\tilde{\Lambda}$也厄米

取任意归一化态矢$|\psi\rangle$

$$(\Delta\omega)^2(\Delta\lambda)^2=\underbrace{\langle\psi|(\tilde{\Omega})^2|\psi\rangle}\langle\psi|(\tilde{\Lambda})^2|\psi\rangle$$

$$=\langle\psi|\tilde{\Omega}^{+}\tilde{\Omega}|\psi\rangle$$
$$=\langle\tilde{\Omega}\psi|\tilde{\Omega}\psi\rangle \quad \text{其中 } |\tilde{\Omega}\psi\rangle=\tilde{\Omega}|\psi\rangle$$

$$=\langle\tilde{\Omega}\psi|\tilde{\Omega}\psi\rangle\langle\tilde{\Lambda}\psi|\tilde{\Lambda}\psi\rangle$$

$$\geqslant|\langle\tilde{\Omega}\psi|\tilde{\Lambda}\psi\rangle|^2$$

Schwarz不等式，等号在$|\tilde{\Omega}\psi\rangle=c|\tilde{\Lambda}\psi\rangle$时成立

$$=|\langle\psi|\tilde{\Omega}^{+}\tilde{\Lambda}|\psi\rangle|^2$$

$$=|\langle\psi|\underbrace{\tilde{\Omega}\tilde{\Lambda}}|\psi\rangle|^2$$

$$=\frac{1}{2}(\tilde{\Omega}\tilde{\Lambda}+\tilde{\Lambda}\tilde{\Omega})+\frac{1}{2}(\tilde{\Omega}\tilde{\Lambda}-\tilde{\Lambda}\tilde{\Omega})$$
$$\equiv\frac{1}{2}\{\tilde{\Omega},\tilde{\Lambda}\}+\frac{1}{2}[\tilde{\Omega},\tilde{\Lambda}]$$

$$=\frac{1}{4}|\langle\psi|\{\tilde{\Omega},\tilde{\Lambda}\}|\psi\rangle+\langle\psi|[\tilde{\Omega},\tilde{\Lambda}]|\psi\rangle|^2 \quad (*)$$

9-3

2023年11月16日 9:40

由于 $\{\tilde{\Omega},\tilde{\Lambda}\}^{+}\equiv(\tilde{\Omega}\tilde{\Lambda}+\tilde{\Lambda}\tilde{\Omega})^{+}=(\tilde{\Lambda}^{+}\tilde{\Omega}^{+}+\tilde{\Omega}^{+}\tilde{\Lambda}^{+})$

$=\{\tilde{\Omega},\tilde{\Lambda}\}$ 厄米算符!

$\Rightarrow \langle\psi|\{\tilde{\Omega},\tilde{\Lambda}\}|\psi\rangle\in\mathbb{R}$

另一方面 $[\tilde{\Omega},\tilde{\Lambda}]=[\hat{\Omega}-\bar{\omega},\hat{\Lambda}-\bar{\lambda}]=[\hat{\Omega},\hat{\Lambda}]=i\hat{\Gamma}$

$\Rightarrow \langle\psi|[\hat{\Omega},\hat{\Lambda}]|\psi\rangle=i\langle\psi|\underbrace{\hat{\Gamma}}_{\text{厄米}}|\psi\rangle$ 为纯虚数

$\Rightarrow$ RHS of $(*1)=\frac{1}{4}|\langle\psi|\{\tilde{\Omega},\tilde{\Lambda}\}|\psi\rangle|^{2}+\frac{1}{4}|\langle\psi|\hat{\Gamma}|\psi\rangle|^{2}$

$\geqslant\frac{1}{4}|\langle\psi|\hat{\Gamma}|\psi\rangle|^{2}$

(*) $\Rightarrow \Delta\omega\,\Delta\lambda\geqslant\frac{1}{2}|\langle\psi|\hat{\Gamma}|\psi\rangle|$ ———— (**)

等号成立的条件为 (1) $|\tilde{\Omega}\psi\rangle=c|\tilde{\Lambda}\psi\rangle$

(2) $\langle\psi|\{\tilde{\Omega},\tilde{\Lambda}\}|\psi\rangle=0$

def 给定厄米算符 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\Lambda}$

若 $[\hat{\Omega},\hat{\Lambda}]=i\hbar$,则称 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\Lambda}$ 为共轭算符 (conjugate)

e.g. $\hat{x}$ 和 $\hat{p}$ 即为共轭算符

注:只要 $[\hat{\Omega},\hat{\Lambda}]$ 为纯虚数,都可以通过重新定义 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\Lambda}$ 构造出共轭算符

若 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\Lambda}$ 为共轭算符,则测量值的不确定性满足 $\Delta\omega\,\Delta\lambda\geqslant\frac{\hbar}{2}$

2023年11月16日 9:54

§9.3 最小不确定性波函数

我们仍需证明 (**) 中的等号可以实现，即需证明

$\exists |\psi\rangle$ s.t. $|\tilde{\Omega}\psi\rangle = c|\tilde{\Lambda}\psi\rangle$

和 $\langle\psi|\{\tilde{\Omega},\tilde{\Lambda}\}|\psi\rangle = 0$

$$0 = \langle\psi|\{\tilde{\Omega},\tilde{\Lambda}\}|\psi\rangle = \langle\psi|\tilde{\Omega}\tilde{\Lambda}+\tilde{\Lambda}\tilde{\Omega}|\psi\rangle$$
$$= \langle\tilde{\Omega}\psi|\tilde{\Lambda}\psi\rangle + \langle\tilde{\Lambda}\psi|\tilde{\Omega}\psi\rangle$$
$$= c^*\langle\tilde{\Lambda}\psi|\tilde{\Lambda}\psi\rangle + c\langle\tilde{\Lambda}\psi|\tilde{\Lambda}\psi\rangle$$
$$= (c^*+c)\langle\tilde{\Lambda}\psi|\tilde{\Lambda}\psi\rangle$$

$\Rightarrow$ c 为纯虚数或 $\langle\tilde{\Lambda}\psi|\tilde{\Lambda}\psi\rangle = 0$

讨论 (1) • $|\tilde{\Lambda}\psi\rangle = 0 \Rightarrow \tilde{\Lambda}|\psi\rangle = 0 \Rightarrow \hat{\Lambda}|\psi\rangle = \bar{\lambda}|\psi\rangle$

只有在 $|\psi\rangle$ 为 $\hat{\Lambda}$ 本征态时成立

由于 $|\tilde{\Omega}\psi\rangle = c|\tilde{\Lambda}\psi\rangle = 0 \Rightarrow \hat{\Omega}|\psi\rangle = \bar{\omega}|\psi\rangle$

所以 $|\psi\rangle$ 也为 $\hat{\Omega}$ 的本征态.

• 因为 $[\hat{\Omega},\hat{\Lambda}] = i\hat{\Gamma} \neq 0$，所以 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\Lambda}$ 的本征态不能全部相同，但可以有某一个或某几个本征态相同

此时选 $|\psi\rangle$ 为 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\Lambda}$ 相同的本征态，本征值为 ω 和 λ

$$\Rightarrow \langle\psi|\hat{\Gamma}|\psi\rangle = (-i)\langle\psi|[\hat{\Omega},\hat{\Lambda}]|\psi\rangle$$
$$= (-i)\left(\langle\psi|\hat{\Omega}\hat{\Lambda}|\psi\rangle - \langle\psi|\hat{\Lambda}\hat{\Omega}|\psi\rangle\right)$$
$$= 0$$

• 结论：若不对易的 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\Lambda}$ 有某一个本征态相同，则 $\Delta\omega\Delta\lambda \geq 0$，等号在这个相同本征态上成立

- 一般来说，不对易的算符具有某一个或几个共同本征态有更深层次的原因，比如角动量算符 $[\hat{L}_x, \hat{L}_y] \neq 0$ 但它们有共同的本征态 $|\psi_0\rangle$ 满足

$$\hat{L}_x |\psi_0\rangle = \hat{L}_y |\psi_0\rangle = 0$$

可以证明此时 $\hat{L}_z |\psi_0\rangle = 0$，即为球对称的态

(2) • c 为纯虚数

$$|\tilde{\Omega}\psi\rangle = (\hat{\Omega} - \bar{\omega})|\psi\rangle = c|\tilde{\Lambda}\psi\rangle = c(\hat{\Lambda} - \bar{\lambda})|\psi\rangle$$

$$\Rightarrow (\hat{\Omega} - c\hat{\Lambda})|\psi\rangle = (\bar{\omega} - c\bar{\lambda})|\psi\rangle$$

$$= \langle\psi|\hat{\Omega} - c\hat{\Lambda}|\psi\rangle \, |\psi\rangle \quad \text{———} (***)$$

def: $\hat{A} = \hat{\Omega} - c\hat{\Lambda}$，$\hat{A}^+ = \hat{\Omega} + c\hat{\Lambda}$（因为 c 为纯虚数）

其归一化本征态为 $|a\rangle$ ： $\hat{A}|a\rangle = a|a\rangle$

由于 $\hat{A} \neq \hat{A}^+$，所以不同本征值的本征态不一定正交。

$$\Rightarrow \langle a|\hat{A}|\psi\rangle = \sum_{a'} \langle\psi|\hat{A}|a'\rangle\langle a'|\psi\rangle \, \langle a|\psi\rangle$$

$$\Rightarrow \sum_{a'} \langle a|\hat{A}|a'\rangle\langle a'|\psi\rangle = \sum_{a'} a' |\langle a'|\psi\rangle|^2 \langle a|\psi\rangle$$

$$\Rightarrow \sum_{a'} a' \langle a|a'\rangle\langle a'|\psi\rangle = \sum_{a'} a' |\langle a'|\psi\rangle|^2 \langle a|\psi\rangle$$

$$\Rightarrow \sum_{a'} a' \left(\langle a|a'\rangle - \langle a|\psi\rangle\langle\psi|a'\rangle\right) \langle a'|\psi\rangle = 0$$

原则上需要求解此非线性方程。

- 下面我们考虑一种特殊情况，即 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\Lambda}$ 为共轭算符

$$[\hat{\Omega}, \hat{\Lambda}] = i\hbar$$

此时 $[\hat{A}, \hat{A}^+] = [\hat{\Omega} - c\hat{\Lambda}, \hat{\Omega} + c\hat{\Lambda}] = -c[\hat{\Lambda}, \hat{\Omega}] + c[\hat{\Omega}, \hat{\Lambda}]$

$$= 2ic\hbar$$

因为c为纯虚数，所以$2ic\hbar\in\mathbb{R}$.

重新定义 $\hat{A}=\frac{1}{\sqrt{2ic\hbar}}(\hat{\Omega}-c\hat{\Lambda})$, $\hat{A}^{+}=\frac{1}{\sqrt{2ic\hbar}}(\hat{\Omega}+c\hat{\Lambda})$

则有 $[\hat{A},\hat{A}^{+}]=1$

def $\hat{B}=\hat{A}^{+}\hat{A}$

$$[\hat{A},\hat{B}]=[\hat{A},\hat{A}^{+}\hat{A}]=[\hat{A},\hat{A}^{+}]\hat{A}=\hat{A}$$

$$[\hat{A}^{+},\hat{B}]=[\hat{A}^{+},\hat{A}^{+}\hat{A}]=\hat{A}^{+}[\hat{A}^{+},\hat{A}]=-\hat{A}^{+}$$

此时 $\hat{B},\hat{A},\hat{A}^{+}$ 即相当于谐振子中的 $\hat{H},\hat{a},\hat{a}^{+}$

特别地，$\hat{B}$的本征态可记为$|n\rangle$，相邻能级的能量差为定值

$$(***)\Rightarrow \hat{A}|\psi\rangle=\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle|\psi\rangle$$

$$\overset{n\geq 0}{\Rightarrow} \underbrace{\langle n|\hat{A}}|\psi\rangle=\sum_{n'=1}^{+\infty}\langle\psi|\underbrace{\hat{A}|n'\rangle}_{=\sqrt{n'}|n'-1\rangle}\langle n'|\psi\rangle\langle n|\psi\rangle$$

$$\hat{A}^{+}|n\rangle=\sqrt{n+1}\,|n+1\rangle$$

$$\Rightarrow \langle n|\hat{A}=\langle n+1|\sqrt{n+1}$$

$$\Rightarrow \sqrt{n+1}\,\langle n+1|\psi\rangle=\underbrace{\left[\sum_{n'=1}^{+\infty}\sqrt{n'}\,\langle\psi|n'-1\rangle\langle n'|\psi\rangle\right]}_{\equiv\beta}\langle n|\psi\rangle$$

$$\Rightarrow \langle n+1|\psi\rangle=\frac{\beta}{\sqrt{n+1}}\langle n|\psi\rangle$$

def $|\psi\rangle=\sum_{n=0}^{+\infty}d_n|n\rangle$

$$\Rightarrow d_{n+1}=\frac{\beta}{\sqrt{n+1}}d_n=\frac{\beta^{n+1}}{\sqrt{(n+1)!}}d_0$$

代入β的定义即有 $\beta=\sum_{n'=1}^{+\infty}\sqrt{n'}\,d_{n'-1}^{*}d_{n'}=\sum_{n'=1}^{+\infty}\sqrt{n'}\frac{(\beta^{*})^{n'-1}\beta^{n'}}{\sqrt{(n'-1)!}\sqrt{n'!}}$

$$=\beta\sum_{n'=1}^{+\infty}\frac{(|\beta|^2)^{n'-1}}{(n'-1)!}=\beta e^{|\beta|^2}$$

$$\Rightarrow e^{|\beta|^2}=1\Rightarrow\beta=0$$

2023年11月16日 14:55

所以 $|\psi\rangle = |0\rangle$

- 为了求 $|0\rangle$ 的形式，利用 $\hat{A}|0\rangle = 0$

$\Rightarrow \quad \hat{\Omega} - c\hat{\Lambda}|0\rangle = 0$

该方程可在任意基底中求解

比如在坐标表象中

$\langle x|\hat{\Omega} - c\hat{\Lambda}|0\rangle = 0$

$\Rightarrow \int dx' \langle x|\Omega - c\hat{\Lambda}|x'\rangle\langle x'|0\rangle = 0$

给定 c，即可求得相应 $\langle x'|0\rangle$

结论：若厄米 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\Lambda}$ 没有任何一个本征态相同，则

$$\Delta\omega\Delta\lambda \geq \frac{1}{2}|\langle\psi|[\hat{\Omega}, \hat{\Lambda}]|\psi\rangle| \qquad \forall|\psi\rangle$$

对于一般的 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\Lambda}$，等号成立的态 $|\psi\rangle$ 需要求解非线性方程，不一定有解.

若 $\hat{\Omega}$ 与 $\hat{\Lambda}$ 共轭 $[\hat{\Omega}, \hat{\Lambda}] = i\hbar$，则

$$\Delta\omega\Delta\lambda \geq \frac{\hbar}{2}$$

等号成立的态必然存在且可由 $\hat{\Omega} - c\hat{\Lambda}|\psi\rangle = 0$ 得到，其中 c 为任意纯虚数.

Ex 9.3 求满足 $\Delta x \Delta p$ 最小值的波函数

解：由于 $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ 为共轭算符，所以 $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$

使等号成立的波函数满足

$$\hat{p} - i\alpha \hat{x} \, |\psi\rangle = 0 \quad \text{，其中 } \alpha \in \mathbb{R}.$$

在坐标表象中

$$0 = \langle x | \hat{p} - i\alpha \hat{x} | \psi \rangle = \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} - i\alpha x\right) \underbrace{\langle x | \psi \rangle}_{\equiv \psi(x)}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \psi(x) = -\frac{\alpha}{\hbar} x \psi(x)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \log \psi(x) = -\frac{\alpha}{\hbar} x$$

$$\Rightarrow \psi(x) = c_1 e^{-\frac{\alpha}{2\hbar} x^2}$$ 其中 c_1 为积分常数，

取 $x=0$ 可得 $c_1 = \psi(0)$

此波函数满足 $\Delta x \Delta p = \hbar/2$

Ex 9.4 Ex 9.3 的方法解出的波函数并不是唯一使 $\Delta x \Delta p = \hbar/2$ 的解.

令 $\hat{\Omega} = \hat{p}$，$\hat{\Lambda} = \hat{x}$，在坐标表象下解以下方程

$$\hat{\Omega} - c\hat{\Lambda} \, |\psi\rangle = \bar{\omega} - c\bar{\lambda} \, |\psi\rangle$$ ，其中 c 为纯虚数.

求 $\langle x | \psi \rangle$

（hint：不失一般性，我们可以取坐标系使 $\bar{x} = 0$.）

§9.5 能量—时间不确定关系

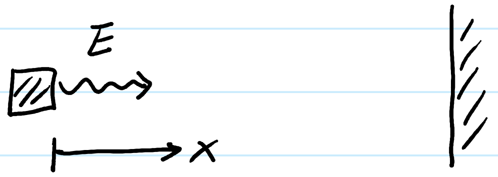
$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \qquad (*)$$

由于时间t在量子力学框架中只是个参数，Δt并没有算符定义.

这个关系式不能在量子力学框架下推导

意义：(1) 存在有限时间Δt的态在测量能量时必然有不确定度ΔE满足(*)

e.g. 光电效应，光子能量 $E <$ 逸出功 ϕ



理论上不会有电子逸出

但实际上在光的波前打到金属时，仍有电子电离

随着时间延长，逸出的电子迅速减少到零

$$\langle x|\psi\rangle = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{ct}}}_{\text{归一化}} e^{\frac{i}{\hbar}(p_0 x - \underset{E=p_0 c}{E} t)}\,\theta(x)\,\theta(ct-x)$$

$$\Rightarrow \langle p|\psi\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dx\, \underbrace{\langle p|x\rangle}_{=\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{-\frac{i}{\hbar}px}} \langle x|\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar ct}} \int_0^{ct} e^{-\frac{i}{\hbar}px} e^{\frac{i}{\hbar}p_0(x-ct)}\, dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar ct}} e^{-\frac{i}{\hbar}p_0 ct} \underbrace{\int_0^{ct} e^{\frac{i}{\hbar}(p_0-p)x}\, dx}$$

$$= \frac{-i\hbar}{p_0-p} e^{\frac{i}{\hbar}(p_0-p)x}\Big|_0^{ct}$$

$$= \frac{-i\hbar}{p_0-p}\left[e^{\frac{i}{\hbar}(p_0-p)ct} - 1\right]$$

$$\stackrel{\downarrow}{=} (-i)\sqrt{\frac{\hbar}{2\pi ct}}\frac{1}{p_0-p}\left[e^{-\frac{i}{\hbar}pct}-e^{-\frac{i}{\hbar}p_0ct}\right]$$

⇒ 对 $|\psi\rangle$ 测量 p 得到 p 的概率密度为

$$|\langle p|\psi\rangle|^2=\frac{\hbar}{2\pi ct}\frac{1}{(p_0-p)^2}\underbrace{\left(e^{\frac{i}{\hbar}pct}-e^{\frac{i}{\hbar}p_0ct}\right)\left(e^{-\frac{i}{\hbar}pct}-e^{-\frac{i}{\hbar}p_0ct}\right)}$$

$$=2-e^{\frac{i}{\hbar}(p-p_0)ct}-e^{-\frac{i}{\hbar}(p-p_0)ct}$$

$$=2-2\cos\left[\frac{1}{\hbar}(p-p_0)ct\right]$$

$$=\frac{\hbar}{\pi ct}\frac{1}{(p_0-p)^2}\left\{1-\cos\left[\frac{1}{\hbar}(p-p_0)ct\right]\right\}$$

考虑 $p\neq p_0$，当 t 增加时 cos 函数迅速震荡，其平均值趋于 0，于是 $|\langle p|\psi\rangle|^2\propto\frac{1}{t}$

对于 $p\sim p_0$，$1-\cos\left[\frac{1}{\hbar}(p-p_0)ct\right]\approx\frac{1}{2\hbar^2}(p-p_0)^2c^2t^2$

$$\Rightarrow |\langle p_0|\psi\rangle|^2\approx\frac{\hbar}{\pi ct}\cancel{\frac{1}{(p_0-p)^2}}\frac{1}{2\hbar^2}\cancel{(p-p_0)^2}c^2t^2$$

$$=\frac{ct}{2\pi\hbar}$$

所以 $\langle p_0|\psi\rangle$ 在 $t\to+\infty$ 时趋于 δ 函数.

(2) 寿命为 Δt 的量子态的能量有不确定性 ΔE，满足 (*)

e.g. H 原子基态寿命为无穷大，所以 $E=-13.6\,eV$ 为准确值

但激发态由于会退激发，其寿命有限. 因此能量有不确定性

e.g. 对于基本粒子也是一样. 稳定的粒子，比如 e^-, p 有确定质量，但对于不稳定粒子，比如 n、π，μ^- 等，其质量有不确定性 Δm，满足 $\Delta t\Delta m c^2\geq\frac{\hbar}{2}$

9-11

2023年11月16日 20:57

(3) 在量子物理中，一个反应过程的能量可以不守恒，若中间某个状态偏离能量守恒的值为ΔE，则该状态的寿命约为$\frac{\hbar}{2\Delta E}$

因为$\hbar$很小，所以在日常生活中感受不到这些破坏能量守恒的态.