文章编号: 1001 4888(2005) 03 0335 09

磁场对铁磁结构动态特性的影响

王炳雷,田晓耕,沈亚鹏 (西安交通大学 I程力学系,西安 710049)

摘要:研究了两种铁磁材料结构(板梁和圆柱壳)在不同的磁场下固有频率的变化。频谱分析仪 产生的扫频正弦信号通过压电陶瓷片对试件进行激励;压电薄膜作为感知元件再把感知信号送 回频谱分析仪。根据共振原理,从频谱分析仪的频率响应曲线可以得到试件的各阶固有频率。 通过改变外加磁场的大小,用同样的方法可以得到不同磁场下的固有频率。实验结果表明,铁 磁板梁固有频率的变化很大程度上依赖于所施加磁场的方向:当磁场顺着板梁的长度方向时, 板梁的固有频率会随着外加磁场的增大而增大;然而当磁场施加在板梁的厚度方向时,固有频 率是先降低然后再升高。对铁磁材料圆柱壳,当磁场顺着圆柱壳的轴线方向增大时固有频率是 逐渐增大然后达到一个饱和值。

关键词:铁磁体; 板梁; 圆柱壳; 固有频率 中图分类号: 032 文献标识码: A

1 引言

在过去的几十年里, 铁磁材料作为结构和功能器件被广泛应用在很多领域, 它的动态特性引起了很 多研究人员的关注。Moon和 Pao^[1,2]研究了铁磁板梁在均匀磁场中的稳定性和动态特性并且观察到 屈曲和频率变化现象。Moon^[3]后来对在均匀、静态倾斜磁场中的薄铁磁圆盘进行的研究发现外加磁场 强度的增加使圆盘的固有频率相应增大。然而, 当磁场沿着圆盘面的垂直方向而增加时圆盘的最低阶 固有频率反而降低。Berry 和其他研究人员^[4,9]研究了多晶和不定形组织的铁磁材料带状结构的磁弹 性特性。他们发现了一个有意思的现象: 研究对象的固有频率是所加外磁场的函数, 也就是说铁磁材料 带状结构的固有频率首先降低, 然后再升高最后达到一个与磁场无关的饱和值^[4,3], 这种效应被称作 " ΔE 效应"。它的力学原理在很久以前被认为是磁畴结构变化产生应力而引起弹性常数(杨氏模量)的 变化。Livingston^[4]提出了一个很简单的理论模型来解释这种无定性组织铁磁结构现象。后来 Squire ^[7,4]通过考虑进一个附加的自由能项从而提出了一个改进模型。Brandt^[9]利用力磁极化理论来研究铁 磁材料带状结构在长度方向沿着磁场时的频率变化。Jacobsen 等人^[10,1]对具有各向异性磁化系数的 顺磁和反铁磁材料片的动态特性行为做了进一步的研究。尽管很多试验和理论工作对铁磁材料的动态 特性进行研究, 但直到如今还没有一个很好的理论模型来很好的模拟这种行为。

近来, G ag anidzen 和 Esquinazi¹² 研究认为, 无定形铁磁带的磁弹性特性很大程度上依赖于所施加 磁场的方向, 他们的研究还发现在磁场与试件垂直情形下的" ΔE 效应"并不是弹性常数的变化引起的。 后来, 他们¹³ 测试了低温下无定形和多晶铁磁金属的动态响应行为, 发现在磁场与试件垂直情形下, 无 定形和多晶铁磁材料试验中观察到的固有频率降低的现象, 并不与弹性常数的变化有关而是试件的磁

- 基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 10132010和50135030)
- 通讯作者,田晓耕(1967-),男,研究生学历,副教授,研究方向:智能材料与智能机构,E.-mail:tiansu@mail.xjtu.edu.cn (C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.ne

^{*} 收稿日期: 2004-10-29; 修订日期: 2005-05-07

化在动态特性上的反映而已。而且,他们认为与铁弹性行为相比,在垂直情形下的铁磁体动态响应与温 度和试件的磁化状态一点关系都没有。

Zhou and Miya^[14] 研究了具有低磁化系数的悬臂铁磁板梁结构固有频率升高的实验现象,提出了 一种基于系统能量变分原理的磁弹性模型。他们的理论模型定性地符合实验中固有频率升高的现象, 但并不理想。

如今,铁磁材料圆盘和带状结构的动态特性已经被广泛研究。尽管壳结构在工程中应用广泛,但是 对铁磁材料圆柱壳的动态特性的研究仍无人涉及。本文中,我们不仅实验研究了磁场对铁磁材料板梁 结构固有频率的影响,还对壳结构进行了实验研究,为铁磁材料圆柱壳在磁场中的动态特性做了一些探 索性的工作。

2 试件和实验设备

2.1 试件

在本实验中我们的研究对象是一个铁磁材料板梁和六个薄圆柱壳。图 1 和图 2 是板梁结构和壳结构的示意图。板梁结构的几何尺寸是 50× 9.5× 0.5(l×b×h)mm³, 壳的尺寸在表 1 中给出, 其中 L、 R_1 、 R_2 和 H 分别表示轴向长度、内半径、外半径和壳体厚度。所有试件都是用铁磁材料 Fest Ni49制成的, 它们的杨氏模量、剪切模量、泊松比和密度分别为 161GPa、57.9GPa、0.39 和 7800kg/m³。在试验中, 不管是板梁还是圆柱壳, 它们的一端都被固定在一个支座上, 而另一端是自由的。



图 1 贴有压电陶瓷片和压电薄膜的铁磁板梁结构示意图(1.铁磁板梁; 2.压电陶瓷片; 3.压电薄膜)

Fig. 1 Schematic of the beam plate, with attached piezoelectric ceramic actuator and PVDF sensor

(1. Ferromagnetic beam plate; 2. Piezoelectric ceramic; 3. PVDF)



图 2 贴有压电陶瓷片和压电薄膜的铁磁材料圆柱壳示意图(1.基座; 2.铁磁圆柱壳; 3.压电陶瓷片; 4.压电薄膜) Fig. 2 Schematic of the ferromagnetic cylindrical shell, with piezoelectric ceramic actuator and PVDF sensor (1. Fixture; 2. Ferromagnetic shell; 3. Piezoelectric ceramic; 4. PVDF)

2.2 实验过程

在铁磁板梁和壳结构的动态特性实验中,一个很重要的实验设备就是惠普频谱分析仪(型号 35670A)。在试件上贴有压电陶瓷片,频谱分析仪产生的扫描正弦电压信号通过压电陶瓷片来激励试 件,同时贴在试件上的压电薄膜感应由激励引起的响应信号。我们知道如果外加激励的频率等于试件 本身的固有频率时,就会产生共振,从而感应信号就非常强烈。激励信号和感应信号都输入到频谱分析 仪,通过它分析后产生的频响曲线就可以获得试件的固有频率。用压电陶瓷片作为激励的主要原因是 它能产生很大的力从而能激起试件的固有频率,而压电陶瓷和压电薄膜的位置如图1,和图2,所示,www.cnki.net

表 1 各铁磁圆柱壳的尺寸

Sample No.	<i>L</i> (mm)	$R_1(\mathrm{mm})$	$R_2(\text{ mm})$	R_1/L	$H/R_1(10^{-3})$
1	50	11.50	11.66	0.230	
2	40	11.50	11.66	0.288	13.91
3	35	11.50	11.66	0.329	
4	50	11.50	11.60	0.230	
5	40	11. 50	11.60	0.288	8. 696
6	35	11.50	11.60	0.329	

Tab.1 Geometrical dimensions of ferromagnetic cylindrical shells



实验设备示意图(1. 磁极; 2. 压电陶瓷片; 3. 压电薄膜; 4. 支座; 5. 铁磁壳; 6. 霍尔探头) 图 3 Fig. 3 Schematic of the testing set up(1. electromagnet pole; 2. piezoelectric ceramic; 3. PVDF membrane; 4. fixture; 5. ferromagnetic shell; 6. Hall Effect probe)

图3是壳体实验的实验设备示意图。这套设备包括一个惠普频谱分析仪、两个电荷放大器、一个磁 场产生装置,其中磁场产生装置是由工控机来控制或者手动控制电流大小从而控制磁场的大小的。试 验中,试件放置在磁场产生装置的两极中间,两磁极间的距离可以在 6.0~12.0cm 之间调节。磁场产 生装置产生的最大磁场可以达到 1.0T(特斯拉),两个磁极各有直径为 20cm 圆形凸台,以保证在凸台 之间的圆柱形的空间范围内磁场的均匀性。磁场的大小是用一个放在两极间的霍尔探头测量的,测量 信号传输给积分器然后通过 A /D 转换器传送给工控机。实验中,我们用的是扫描正弦信号动态测试方 法,即频谱分析仪产生扫描正弦信号(频率由小逐渐增大),经电荷放大器放大后输送给压电陶瓷片,试 件受激励后就会产生振动,由于试件的振动,压电薄膜的感应信号又被输送到频谱分析仪。频谱分析仪 对输出信号和输入信号处理后就会得到频响曲线。根据共振的原理,从频响曲线就可以得到试件的固 有频率。当然从一条频响曲线上得到的可能有好几阶的频率。

在对圆柱壳体的试验中,磁场方向只是沿着壳的中轴线施加的。而对板梁的试验中,磁场方向是分 别沿着图 1 所示的 X、Y 和Z 轴施加, 暂且称为横向、纵向和垂直情形。 在试验中, 先固定磁场强度的大 小,在得到该磁场下的频率后再增加磁场的大小,就可以得到不同磁场下的固有频率大小。

结果与讨论 3

第3期

3.1 铁磁板梁结构

如上面所述,用惠普频谱分析 仪可以得到频率和频率响应之间的函数曲线 图 4 是板梁结构在外 磁场为零时的频响曲线,图 5 是磁场纵向施加时前两阶固有频率随磁场变化的曲线。从图 4 可以看出, 曲线上有几个峰值,根据结构动力学^{15]}的知识可知,每个峰值对应的频率就是试件的固有频率,这样就 很容易得到试件的固有频率。这里需要指出的是压电薄膜的位置对频响曲线的影响是很大的,如果压 电薄膜的位置正好在试件振动的某一阶的节点上,那么可能频响曲线上就不能反映出来。改变这一缺 陷的方法首先是试验前就先了解试件的振动特性,其次是改变压电薄膜的位置。



图 4 在零磁场下纵向情形的板梁的频率响应谱

Fig. 4 A typical frequency response spectrum of the beam plate in longitudinal configuration with H=0T





(a) the first mode and (b) the second mode. The dashed line in (a) is calculated in accordance with Eq. (4)

根据振动理论,没有磁场下的悬臂梁的固有频率的计算公式[13] 是:

$$f_i = \frac{(\beta_i l)^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EJ}{\rho_A l^4}} \qquad i = 1, 2, 3 \cdots$$
 (1)

其中下标 *i* 代表第 *i* 阶, *f_i* 代表第 *i* 阶固有频率(Hz)。*E* 是杨氏模量, *J* 是惯性矩, ρ 是质量密度, *A* 是 *X* – *Z* 平面的截面面积, *l* 是板梁的长度。在方程(1)中 $\beta_1l=1$. 875, $\beta_2l=4$. 694。板梁结构的前两阶弯 曲固有频率可以从方程(1)中算出: *f*₁=156. 7Hz, *f*₂=982. 1Hz。方程(1)中, *l* 等于 47mm(指除去被 夹住后的有效长度)。从图中可以看出, 理论值比实验得到的固有频率值要小一些, 其中的差别主要是 在方程(1)中没有考虑压电陶瓷的附加质量的原因。用现在商业上通用有限元软件 ANSYS 进行计算, 并且考虑附加质量压电陶瓷(压电陶瓷的几何尺寸是 9.60×3.50×0.40mm³, 杨氏模量 *E*=200GPa, 泊 松比, $\gamma=0.3$, 密度, $\rho=8$, 14×10³ kg/m³, 压电薄膜的质量很小, 只有试件质量的 0.9%, 所以忽略压电 薄膜的质量)的影响后,得到第一阶固有频率是 fi=172.3Hz。顺便说一下,在图 5(a)和图 6 中零磁场下的固有频率是有一点偏差的,这个偏差主要是两种实验情形下固定边界条件的变化引起的。 Gaganidze 和 Esquinaz^[12]研究发现尽管附加质量能改变无外场时的固有频率,但它并不能改变由于施加磁场而引起的固有频率的绝对变化值,也就是说,附加质量只是改变"磁场一频率"图中曲线的起始位置,但不改变曲线的变化规律。而且有限元计算也表明,在图 4 中第一和第三个峰值(从低频到高频)分别对应第一阶和第二阶弯曲模态。通过有限元分析还会发现,图 4 中第二个峰值并不对应试件的任何一阶频率,这主要是由于压电薄膜位置的影响。因此,我们可以认为实验结果和理论分析基本是吻合的。

现在,我们分别研究板梁结构的三种情形(横向、纵向和垂直)下磁场对固有频率变化的影响。在纵向情形下,磁场方向加在板梁的长度方向上(图1的Y轴)。在无外场下测量频率响应得到固有频率 后,逐渐增加外加磁场以获得在不同磁场下的固有频率。随着磁场的增大,频响曲线的峰值也在不断移 动。每个峰值的变化就是对应的固有频率的变化。图5(a)和5(b)分别是第一阶和第二阶固有频率对 磁场强度的变化曲线。从图中可以看出,固有频率随着磁场的增大而增大,这种现象与文献[15]所描述 的基本一样。周又和等^[14]对这种现象的解释是磁场引起的内部的横向和纵向的力共同作用的。 Brandt^[9]则认为是极化现象造成的:外加磁场和试件产生的磁极之间的相互作用能改变铁磁体的固有 频率。极化效应现象最初是在文献[17]中提出来的,Squire^[3]又提出了个更详细的极化效应理论:由于 两个磁极的相互作用而引起的磁矩有使铁磁体伸长的趋势,使弯曲刚度增加从而使固有频率也提高了。

在纵向情形下,我们对固有频率的变化做了定量的描述^[13,18]。在这种情形下,由于磁场而引起的 磁矩使它的固有频率发生变化。可以写出频率变化的表达式

$$\omega^{2}(H) - \omega^{2}(0) = \frac{V_{s}}{I} \frac{\partial_{\tau}}{\partial_{\varepsilon}}|_{\varepsilon=0}$$
(2)

其中 V_s 是试件的体积, $I = \theta_s dw^3 / 4$. 646 是转动惯量(θ_s 是质量密度), ε 是振动方向与 Y 轴的夹角。根 据虚功原理, 关于 Y 轴的矩 τ 定义为自由能 F 对虚位移 ε 的一阶导数

$$\tau = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} |_{\varepsilon = 0} \tag{3}$$

最后,在纵向情形下固有频率的变化表达式转化为[13]

$$f^{2}(H) - f^{2}(0) = \frac{1}{4\pi^{2}} \left\{ \Delta \omega_{\Delta z}^{2} + \frac{V_{s}}{I} \mu_{0} M_{s}^{2} (N_{z} - N_{x}) \frac{H}{H + \mu_{0} M_{s} (N_{z} - N_{x})} - \frac{V_{s}}{I} \left[\frac{\partial M_{z}}{\partial H_{z}} H^{2} \right] \right\}$$
(4)

其中 f(0) = 161.5Hz 是试验中测量的无外场下的固有频率; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ 是真空磁导率; M_s 是饱和磁 化; H 是外加磁场强度; N_z , N_x 分别是沿着 Z 和 X 方向的退磁因子, 考虑到试件的实际尺寸, 我们取 $N_z = N_x = 0.92$; M_z 是Z 轴方向的磁化分量。

在式(4)中,第一项和第三项是 △E 效应和动态效应引起的,相比由于极化效应而引起的第二项而 言它们往往可以被忽略。在图 5(a)中,虚线就是由式(4)得到的,实线是实验中测得的。从中可以看 出,实验结果和理论结果吻合的很好。

在垂直情形下,外加磁场方向是沿着板梁结构的 Z 轴施加的。图 6 就是此情形下第一阶固有频率 随磁场变化的曲线。从图中可以看出,随着磁场的增大,第一阶固有频率在达到 0.12T 之前是一直降 低的,当超过这个值后就一直升高。在文献[12] 和[13] 中也有类似的论述。Gaganidze 通过引进宏观 磁化的概念,成功解释了固有频率降低的现象。需要指出的是当磁场超过 0.12T 后可以明显的看到由 于磁矩的作用,板梁结构已经弯曲了(参看图 7)。

在横向情形下,磁场施加在试件的 X 轴方向,试验结果发现在此情形下固有频率并没有随着磁场的变化而明显变化。

3.2 铁磁圆柱壳

在对圆柱壳的实验中,磁场施加在圆柱壳的对称轴方向。图8是壳1在没有外场下的频率响应曲线。C从图中可以得出第一阶和第二阶固有频率分别是1857.6日z和2477.9日zes为了验证附加的压电。





Fig. 6 Variation of the first natural frequency against the magnetic field for the beam plate in perpendicular configuration



图 7 板梁结构未弯曲(H=0T)和弯曲(H=0.5T)的图片

Fig. 7 (a) Non deformed (H=0T) and (b) deformed (H=0.5T) profiles of the beam plate

陶瓷片对壳振动特性的影响和实验的精确性,我们再一次用有限元应用程序软件 ANSYS 来对无外场 下的壳体 1 进行分析计算。不考虑附加质量时壳的前两阶频率分别是 2501. 2Hz 和 3041. 6Hz,这显然 与实验结果大相径庭。如果考虑附加质量的话,固有频率则分别为 1827. 1Hz 和 2401. 3Hz。这个结果 和实验结果相比误差分别只有 1.6%和 2.3%,从而说明附加质量对固有频率的影响还是挺大的。但是 如前面所述,附加质量并不改变由于磁场而引起的频率的绝对变化量,所以附加质量并不影响我们实验 的准确性。

图 9(a)和(b)分别是壳 1 的前两阶固有频率与外加磁场的关系曲线。我们可以把关系曲线分成三 部分来讨论:第一段是磁场从 0 到 0.03T,在这一段固有频率随着磁场的增大几乎是线性增加的;第二 段是磁场从 0.03T 到 0.06T,在这一段固有频率随着磁场的增大也逐渐增大,但是增大的速率是逐渐 降低的;最后一段是磁场大于 0.06T 的部分,在这一段尽管磁场一直增大,但是固有频率却几乎没有多 大变化,表现出一种饱和状态。从总体上来说,固有频率是随着磁场的增大逐渐增大,最后达到某个饱 和值。

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



图 8 在零磁场下纵向情形的圆柱壳的频率响应谱

Fig. 8 Frequency response curve of shell 1 in longitudinal configuration with H=0T





在试验中,对6个不同尺寸的铁磁圆柱壳(具体尺寸见表1)都做了实验。从其他的壳体的实验中 也得到了类似于壳1的实验现象。图10中的(a)、(b)、(c)分别是壳3的第一、二、三阶固有频率随外加 磁场变化的实验曲线。从上面可以看出,当外加磁场沿着铁磁壳轴方向施加时,随着磁场的增大固有频 率也随之增大,与板梁结构在纵向情形下的结果类似,但是不同的是铁磁壳表现出饱和的现象,而板梁 结构却没有。Zhou和 Miya^[13]提出了一个新的模型来解释 Takag^[15]所论述的实验现象:他们把磁场的 影响作为一个外加力施加在铁磁板上,尽管这个模型只是定性地描述实验现象,但已经是目前所知最好 的模型之一了。如果用 Zhou 和 Miya 的模型来模拟本实验的结果的话,其困难主要是很难计算磁场 力,因为壳的振动模态形状不像板梁结构那样规则。



4 结论和展望

本实验研究了均匀磁场对铁磁板梁和圆柱壳结构固有频率的影响,试验结果表明在纵向情形(板梁 和圆柱壳)下固有频率随着磁场的增大而增大。在垂直情形下,铁磁板梁结构表现出不同的现象:随着 磁场的增大固有频率先降低然后再升高。在横向情形下磁场对板梁结构的固有频率并没有多大影响。 本文不但对铁磁材料板梁进行实验研究,而且还对铁磁圆柱壳也做了开创性的研究,并且得到了比较好 的结果。下一步的工作主要集中在怎样找到更好的研究方法和模型来模拟这两种铁磁结构的实验结果。

参考文献:

- [1] Moon F C, Pao Y H. Magnetoelastic Buckling of a Thin Plate J. Trans. ASME J. Appl. Mech., 1968 35: 53 ~ 58
- [2] Moon F C, Pao Y H. Vibration and Dynamic Instability of a Beam Plate in a Magnetic Field [J]. Trans. ASME J. Appl. Mech., 1969, 36:92~100
- [3] Moon F C. The Mechanics of Ferroelastic Plates in a Uniform Magnetic Field[J]. Trans. ASME J. APPL. Mech., 1970, 37:153~158
- [4] Berry B S, Pritchet W C. Magnetic Annealing and Directional Ordering of an Amorphous Ferromagnetic Alloy[J]. Phys. Rev. Lett., 1975, 34:1022~1025
- [5] Berry B S, Pritchet W C. Magnetoelasticity and Internal Friction of and Amorphous Ferromagnetic Alloy[J]. J. Appl. Phys., 1976, 47: 3296~3301
- [6] Livingston J.D. Magnetomechanical Properties of Amorphous Metals[J]. Phys. Stat. Sol. (a), 1982, 70: 591~597
- [7] Squire P.T., Phenomenological Model for Magnetization [1]. Magnetostriction and Effect in Field Annealed Amor

phous Ribbons. J. Magn. Magn. Mater., 1990, 87:299~310

- [8] Squire P T. Magnetomechanical Measurements and Their Application to Soft Magnetic Materials [J]. J. Magn. Magn. Mater., 1996 160, 11~16
- [9] Brandt E H. Theory of the Vibrating Ferromagnetic Reed[J]. J. Appl. Phys., 1986, 59: 3224~3230
- [10] Jacobsen R L, Ehrlich A C. Vibrating Reed Dynamics in a Magnetic Field [J]. Phys. Rev. Lett., 1994, 73: 348 ~ 351
- [11] Jacobsen R L, et al. Effect of a Magnetic Field on a Vibrating Reed with Anisotropic Susceptibility [J]. Phys. Rev. B, 1994, 50, 9208 ~ 9214
- [12] Gaganidze E, Esquinazi P. Vibrating Ferromagnet in a Magnetic Field J. Phys. Rev. B, 1997, 56: 7823~7826
- [13] Gaganidze E, Esquinazi P. Dynamical Response of Vibrating Ferromagnets J]. J. Magn. Magn. Mater, 2000, 210:49~62
- [14] Zhou Y H, Miya K. A Theoretical Prediction of Increase of Natural Frequency to Ferromagnetic Plates under In Plane Magnetic Fields[J]. J. Sound and Vibration, 1999, 222(1): 49~64
- [15] Ahmed A. Shabana. Theory of Vibration Volume II[M]: Discrete and Continuous Systems. New York: Springer Verlag, 1990
- [16] Takagi T, Tani J, Matsubara J, Mogi I. Dynamic Behavior of Fusion Structural Components under Strong Mag netic Fields J. Fusion Engineering and Design, 1995, 27:481~489
- Berry B S, Pritchet W C. Influence of the Magnetomechanical pole effect on the behavior of thin vibrating reeds
 J. J. Appl. Phys., 1979, 50: 1630~1632
- [18] Gaganidze E, Esquinazi P, Ziese M. Vibrating ferromagnets in a magnetic field[J]. Journal of Alloys and Compounds., 2000, 310: 144~152

Effect of Magnetic Field on the Dynamic Behavior of Ferromagnetic Structures

WANG Bing lei, TIAN Xiao geng, SHEN Ya peng

(School of Civil Engineering and Mechanics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In this paper, variation of the natural frequency of two types of ferromagnetic structures (i. e., beam plate and circular cylindrical shell) due to the applied magnetic field was investigated. The sweeping sine singles from Frequency Spectrum Analyzer actuated the specimen by piezoelectric ce ramic. PVDF working as sensors sent the responding singles back to Frequency Spectrum Analyzer. According to the theory of resonance, the natural frequencies of the specimen can be obtained from the frequency responding curve. The same processing can be conducted to obtain the natural frequencies of each mode by changing the magnitude of the external applied magnetic field. The obtained results show that shift of the natural frequencies of beam plate depends strongly on the direction of the applied field. When the magnetic field is along the length direction of the beam plate the natural frequencies. However, when the magnetic field is in the thickness direction and increases gradually the natural frequencies of the shell increase and finally reach a saturating state with increasing the magnitude of the magnetic field applied in the axial direction.

Key words: Ferromagnetic, beam plate, circular cylindrical shell, natural frequency