

## HOMEWORK ASSIGNMENT #1

(矢量运算和公式推导：注意符号和书写规范)

1. 证明在任意的参考系中，质心位置矢量的大小  $R$  满足下面的方程

$$M^2 R^2 = M \sum_i m_i r_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{ij} m_i m_j r_{ij}^2. \quad (1)$$

2. 从牛顿第二定律出发,

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (2)$$

证明质点运动的动能对时间的导数满足

$$\frac{dT}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}, \quad \text{或者} \quad \frac{d(mT)}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{p}. \quad (3)$$

3. 对于质量为  $m$  的质点，在某个有心力的作用下，

$$\vec{F} = \frac{n\alpha}{r^{n+1}} \hat{r} \quad (4)$$

根据牛顿第二定律证明

$$G \equiv \vec{p} \cdot \vec{r}, \quad \frac{dG}{dt} = 2T - nV(r) \quad (5)$$

4. 证明在有心力场  $V = \alpha/r$  内运动的物体，有守恒矢量

$$\vec{A} = \vec{v} \times \vec{L} + \frac{\alpha \vec{r}}{r} = \text{const.} \quad \text{即} \quad \frac{d\vec{A}}{dt} = 0. \quad (6)$$