

HOMEWORK ASSIGNMENT #5

1. 对于有心势:

$$V(r) = -\frac{\kappa}{r^3}, \quad \alpha > 0 \quad (1)$$

采用平面极坐标, 得到系统的广义动量和广义能量, 并判断是否守恒; 得到运动方程; 得到径向运动有效势, 并根据有效势分析运动情况; 并计算圆形轨道半径, 分析是否稳定

2. 对于有心势:

$$V(r) = \frac{1}{2}kr^2 \quad (2)$$

采用平面极坐标, 得到系统的广义动量和广义能量, 并判断是否守恒; 得到运动方程; 得到径向运动有效势, 并根据有效势分析运动情况 (Lissajous Figure)。

3. 一个质点在一中心力场中运动, 该势为

$$V = -k\frac{e^{-\alpha r}}{r}, \quad k > 0, \alpha > 0 \quad (3)$$

利用有效势的方法分析运动的性质, 说明各种运动的 J 和 E 的范围, 并计算出现圆形轨道的条件, 求关于圆周运动的微幅径向震荡的周期。

4. 在太阳系内均匀分布的尘埃, 使太阳系的行星除了太阳的引力外还有一个附加力

$$\vec{F} = -mC\vec{r} \quad (4)$$

这一附加力比太阳的引力小很多

(a) 计算: 行星做圆周轨道时的半径及周期

(b) 计算: 行星圆周轨道受到扰动后径向振荡的周期

(c) 在一般情况下, 行星的轨道为进动的椭圆轨道。求行星从近日点出发再次回到近日点时, 近日点的进动角大小并指出进动方向与行星公转方向相同还是相反。

5. 求质点在势场

$$V(r) = -\frac{k}{r} + \frac{h}{r^2} \quad (5)$$

的作用下的运动, 并指出轨道与只受万有引力时的区别。

6. 钢球散射: 一个质量为 m 的质点, 被一个中心势场散射,

$$V(r) = \begin{cases} \infty & r \leq R \\ 0 & r > R \end{cases} \quad (6)$$

求散射后的角分布和总的散射截面。