

## 第3章 量子力学发展初期的经典实验

本章我们研究量子力学初期的几个经典实验，理解黑体辐射实验和双缝干涉实验，理解哥本哈根诠释，学会熟练计算物质波的波长和频率。

### 3.1 黑体辐射谱

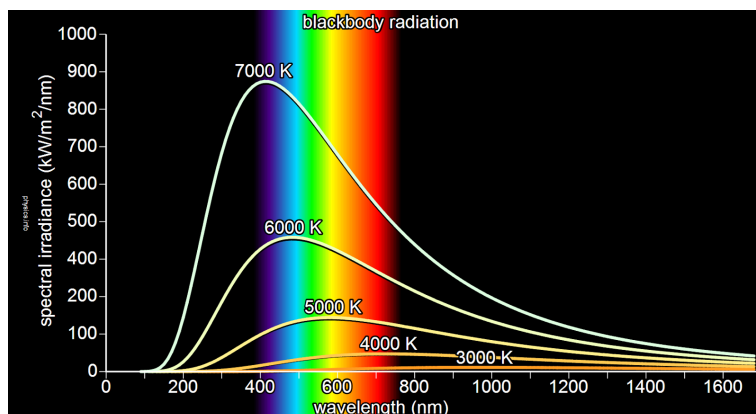


图 3.1: 不同温度的黑体辐射谱。

黑体辐射谱见图3.1, 是指单位体积内的不同波长的光的能量密度。由图可见, 对于给定温度  $T$ , 黑体辐射在短波长和长波长极限都趋于零; 在中间某波长时, 能量密度达到最大值。峰值处的波长由 Wein 公式给出,

$$\lambda_{\text{peak}} = \frac{b}{T},$$

其中参数  $b = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ . 黑体单位面积总功率由 Stefan-Boltzmann 公式给出,

$$M = \sigma T^4,$$

其中  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$ . 大波长处的行为由 Rayleigh-Jeans 公式给出,

$$\rho(\nu) = \frac{dE}{d\nu} = \frac{8\pi k_B T \nu^2}{c^3} d\nu.$$

该公式在频率  $\nu$  趋于无穷时发散, 史称“紫外灾难”。

🔴 **练习 3.1** 考虑边长为  $L$  的正方体腔, 假设腔内的光波以驻波形式存在并且满足周期性边界条件, 推导出黑体辐射的频率谱  $dE/d\nu$  (此即 Rayleigh-Jeans 公式)。

### 3.2 光电效应

- 1887 年, Heinrich Hertz 在证明电磁波存在的实验中, 发现当光的频率足够大时, 光找到金属表面会发出带负电的粒子, Hertz 将其记载笔记本上并注明未来将重点研究, 可惜他英年早逝。
- 1897 年, J.J.Thomson 发现电子, 并表明 Hertz 发现的粒子为电子。
- 1902 年, Philipp Lenard 发现光电效应中初设电子的最大动能与光强无关, 而与光的频率成线性关系, 与经典电磁理论给出的结果正好相反。
- 1905 年, Einstein 受到 Planck 量子概念的启发, 提出光子的概念。他在论文中说“根据这个未被证实的假设, 当光线从一点发出时, 能量并不是连续地扩散到越来越大的空间, 而是由有限个‘能量单元’组成, 每

个能量单元在空间中占据一个点，不能被分割，只能整个地被发射和吸收。”这些能量单元时人们对光子最初的理解。

每个光子能量为  $h\nu$ ，其中

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$$

即为普朗克常数。因为每个电子只能吸收一整个光子，所以初设电子的最大能量与光波频率成正比。电子的最大出射能量为  $E_k = h\nu - \varphi$ ，其中  $\varphi$  为金属的逸出功。

 **练习 3.2** 估计 100W 的白炽灯泡每秒钟辐射多少个光子，假设钨丝为黑体，在网上查找你所需要的参数。

### 3.3 光的双缝干涉实验

这一节我们考虑四个理想实验。这将为我们理解量子力学打下基础。

#### 3.3.1 实验一：光的单缝衍射

在单缝的一侧有一个光强可调节的单色波源，另一侧是一个接收屏。缝的大小为  $d$ ，光的波长为  $\lambda$ 。

**思考：** 设光源为强光源，将缝的宽度  $d$  从远大于  $\lambda$  减小到 0，描述屏幕上光斑的变化。

**思考：** 固定缝的宽度  $d = \lambda$ ，将光源强度逐渐减小到 0，描述屏幕上光斑的变化，有哪些可能的解释。

按照 Einstein 对光子的理解，光的能量是由一个个分立的“光子”携带，每个光子的能量为  $E = h\nu$ ，动量大小为  $p = h/\lambda$ 。每个光子都能到达屏幕上一个特定的位置，然后在该位置被屏幕吸收，表现为屏幕上一个短暂的亮点。衍射条纹来自于大量单光子的统计效应。如果衍射条纹来自于大量光子的相互作用，当光源足够弱使每次只有一个光子通过单缝，光子的位置应该是完全随机的，但实验表明大量光子在屏幕上的分布仍然形成衍射条纹。这说明不同时刻通过单缝的光子之间似乎达到了某种默契。如果我们假设光子不可分割，它们之间就不能互相交换信息，那么一定有一个隐形的物理量在控制每个光子的行为，这个隐形的物理量决定了光子在屏幕上各处被吸收的概率，即亮点出现位置的概率。

#### 3.3.2 实验二：光的双缝干涉

双缝间距为  $l$ ，缝宽均为  $d$ 。在双缝的一侧有一个光强可调节的单色波源，另一侧是一个接收屏。缝的大小为  $d$ ，光的波长为  $\lambda$ 。

**思考：** 取  $l$  和  $d$  均与  $\lambda$  在同一量级，按照 Einstein 光量子的理论和实验一的结论，预言当逐渐减小光源强度至每次只有一个光子到达屏上，预言实验上可能观察到的现象。

在这个实验中，我们依然可以看到不同时刻发射的光子之间达到的某种默契。由于最终出现的图案是干涉条纹，和经典电磁学的结论相同，所以我们可以推断出这个隐形的物理量可以由 Maxwell 方程描述。

### 3.3.3 实验三：光的双缝干涉 + 感应装置

同实验二，只不过在两个缝处各装了一个感应装置，当上缝处的感应装置探测到光子，说明光子从上缝通过，此时红灯亮。类似地，当光子从下缝通过时绿灯亮。

**思考：**取  $l$  和  $d$  均与  $\lambda$  在同一量级，按照 Einstein 光量子的理论和实验一的结论，预言当逐渐减小光源强度至每次只有一个光子到达屏上，预言实验上可能观察到的现象。

按照经典电磁学的惠更斯原理，双缝干涉可以看成位于两个同步的点光源分别处于两个缝的未知，以此产生干涉条纹。这里“同步”的意思是两个点光源有固定的相位差。实验二的结果说明没有感应装置时，隐形的物理量在两个缝处也是同步的。加了感应装置后，干涉条纹消失，此时实验上观测到两个衍射条纹的叠加，说明感应装置使隐形物理量在两个缝处的同步性消失，相位差变成一个随机的物理量并且随时在变化。

**思考：**如果我们用一块不透光的布把感应装置盖上，也就是不去看哪个灯发光，预言实验上可能观察到的现象。如果有其他人在偷偷的看是哪个灯发光，但是我们不知道，预言实验上可能观察到的现象。

### 3.3.4 实验四：光的双缝干涉 + 不完全感应装置

同实验三，只不过将下缝的绿灯换成粉灯，红灯和粉灯发射的光有一部分光谱重合。如果发出的光的频率在非重叠区，我们可以明确得知是哪个灯发光，但是如果光的频率在重叠区，我们无法分辨是哪个灯在发光。

**思考：**取  $l$  和  $d$  均与  $\lambda$  在同一量级，按照 Einstein 光量子的理论和实验一的结论，预言当逐渐减小光源强度至每次只有一个光子到达屏上，预言实验上可能观察到的现象。

实验上观测到的条纹既非干涉也非叠加的衍射条纹。但是如果我们把感应装置在非重叠区的事件收集起来，得到的就是叠加的衍射条纹。但是如果我们把感应装置在重叠区的事件收集起来，得到的就是干涉条纹。

 **练习 3.3** 考虑三缝干涉，每个缝处各有一个感应装置，当在上缝和中缝处发现光子时，感应装置发出红色光。当在下缝发现光子时，感应装置发出绿色光。假设红光和绿光在光谱上没有重叠，预言实验上可能观察到的现象。

最后我们总结一下我们的结论：

- 光是由光子组成的，光子被吸收时体现出粒子性。
- 光子在空间中的运动由一个隐形的物理量控制，这个物理量决定了光子被屏幕吸收时所处位置（即亮点出现的位置）的概率。这个隐形的物理量可以用 Maxwell 方程描述，类似一个波，数学上可以用  $\psi(t, \vec{x})$  记录。光子被屏幕吸收时所处的位置由  $|\psi(t, \vec{x})|^2$  决定。

实际上，当光子没有被观测时，我们并不知道它是什么状态，是否像一个经典力学中的质点一样有确定的位置和动量。量子力学的 Copenhagen 诠释认为，我们没有理由认为不被观测的光子仍表现的像个经典粒子，不如就把  $\psi(t, \vec{x})$  认为是光子本身。光子不被观测时是个波，用  $\psi(t, \vec{x})$  描述，分布在空间各处，相应的概率密度由  $|\psi(t, \vec{x})|^2$  决定。当光子被观测时，分布在空间各处的光子瞬间“坍缩”（也叫“塌缩”，英文是 collapse）到一个点，表现出粒子性。这种不观测时表现的像个波，观测时表现的像粒子的行为称为“波粒二象性”。

Copenhagen 诠释是量子力学最多快好省的理论，它没有多余的假设。最早由以 Bohr 为中心的一些在 Copenhagen 工作过的物理学家提出，因此称为 Copenhagen 学派。Copenhagen 诠释由于认为光不观测时弥散在空间各处，而观测时是粒子，所以不可避免地引入坍缩的概念。坍缩是瞬时的，不消耗任何时间。在 Copenhagen 诠释

基础上，人们又发展出“退相干理论”(decoherence theory)，允许发生部分坍缩，参见实验四。退相干理论是量子计算机和量子信息的基础，近些年该理论受到了极大的重视。

在退相干理论中，当观测光子的时候，光子和实验仪器的波函数纠缠在一起，形成一个更大的波函数，光子波函数只是这个大波函数的一部分。因为实验仪器要远比单个光子复杂，所以光子的波函数只能屈从于大波函数允许的少数几个状态，而不能任意取值。此时如果只关注光子，表现的就是光子的波函数坍缩了。但是无论多大的波函数本质上也是概率性的，会导致经典物理出现概率性，和日常经验不符。所以退相干理论也必须在某些水平上引入坍缩的概念，将概率性转换成确定性。但是 Copenhagen 诠释和退相干理论都没有回答究竟是什么导致的坍缩。为了在经典物理中去除概率性，Everett III 提出了多世界理论(multiverse)。该理论认为每次量子态的坍缩都导致宇宙一分为二，经典物理只存在在其中一个宇宙中。举例来说，在有感应装置的双缝干涉实验中，如果我们看到了光从上缝通过，那在另一个宇宙中的我们就观测到了光从下缝通过，宇宙中所有信息都一分为二。

如果我们彻底抛弃波粒二象性，认为光子在不观测时也以粒子形式传播，有确定的位置和动量，那么我们就必须引入另外一个表示波的物理量。此时我们必须解释这个波是怎么和粒子相互作用的，如何改变粒子运动的方向和速度，粒子又如何反作用于波。同时要解释这个波怎么和观测仪器发生相互作用，这样的理论即为量子物理的 Bohm 诠释。目前没有实验证实 Bohm 诠释比其他的理论更好。

在量子物理的各种诠释中，Copenhagen 诠释是假设最少，最容易学习和掌握的。本课程将以 Copenhagen 诠释为基础，在课程的最后会简单提及其他的诠释。但请同学们保持一个开放的心态，明白 Copenhagen 诠释并不是真理，近些年各种验证量子力学基本假设的实验层出不穷，随时可能改变我们对量子世界的理解。

## 3.4 物质波

Einstein 认为波长为  $\lambda$ ，频率为  $\nu$  的光子具有动量  $p = h/\lambda$  和能量  $E = h\nu$ 。注意此时我们不讨论单个光子运动的方向，按照 Copenhagen 诠释，此时光子弥漫在空间各处，以波的形式存在，而动量方向是粒子才有的性质。

1924 年，de Broglie 创造性地认为所有地经典粒子其实也对应一个波，称为“de Broglie “波或“物质波”。物质波的波长为  $\lambda = h/p$ ，频率为  $\nu = E/h$

### 练习 3.4

- (1) 计算  $v = 0.01c$  ( $c$  为光速) 的电子的物质波的波长和频率。
- (2) 计算  $v = 0.01c$  ( $c$  为光速) 的质子的物质波的波长和频率。
- (3) 合理估计一个成年人的物质波的波长和频率，解释为什么在日常生活中难以观察到物质波。

练习 3.5 若要观测到  $v = 0.01c$  的电子的物质波的干涉，那么缝的宽度应该在什么量级，计算出数值结果。

## 3.5 总结

在 Copenhagen 诠释下，

- 波长为  $\lambda$ ，频率为  $\nu$  的光波是由动量  $p = h/\lambda$ ，能量为  $E = h\nu$  的光子组成的。
- 光子不是局域的粒子，其传播过程中表现出波的性质，由波函数  $\psi(t, \vec{x})$  描述，弥漫在全空间中。 $\psi(t, \vec{x})$  的行为由 Maxwell 方程描述，可以发生干涉和衍射。
- 光子不可被分割。当光子被观测时，其波函数立即“坍缩”到空间中的一个点，表现得像一个粒子。光子在  $t$  时刻、在  $\vec{x}$  点上被观测到的概率密度为  $|\psi(t, \vec{x})|^2$ 。
- 大量单光子波函数坍缩，及表现出经典波的干涉和衍射。
- 对于动量为  $p$ ，能量为  $E$  的物质粒子，其伴随的物质波的波长为  $\lambda = h/p$ ，频率为  $\nu = E/h$ 。非相对论性粒子的物质波  $\psi(t, \vec{x})$  由 Schrödinger 方程描述。

- 不论是光子还是物质粒子，其在不观测时表现出“波”的性质，在观测时表现为局域的“粒子”的性质，此即“波粒二象性”。具备波粒二象性的客体称为“量子”。量子的概念类似牛顿力学中的质点，在不同情况下指代的客体不同。如量子信息中“量子”可以指光子、电子。氢原子等。
- 量子物理的两个经典极限（1）当实验仪器尺寸  $\gg \lambda$ ，表现为经典粒子；（2）若实验仪器尺寸  $\sim \lambda$ ，大量相同量子表现为经典波。当我们熟悉了量子力学的数学计算后会有更深刻的理解。
- 波函数“坍缩”是瞬时的，不需要任何时间，可以超光速。

### 练习 3.6 解释

- （1）为什么强光源双缝干涉实验可以用经典电磁理论描述。
- （2）为什么 Rayleigh-Jeans 公式可以描述黑体辐射谱的大  $\lambda$  部分。